

Bitte beachten:

Teilnehmer, die einen Einstufungstest für die Abschlüsse

9. Klasse Hauptschule

oder

10. (A) Klasse Hauptschule

schreiben, dürfen KEINEN Taschenrechner benutzen.

Teilnehmer, die einen Einstufungstest für den Abschluß

10. (B) Hauptschule oder Realschule

schreiben, dürfen einen Taschenrechner benutzen.

Übungsaufgaben

Grundrechenarten

1. Beispiel:

$$\begin{array}{r} 374,80 \\ 1287,33 \\ + \quad 1,96 \\ \hline 1664,09 \end{array}$$

Zur Kontrolle :
Quersumme des Ergebnisses ist 26
Man errechnet die Quersumme, indem man
die einzelnen Ziffern der Zahl addiert !

a)
$$\begin{array}{r} 21,35 \\ \quad 7,44 \\ 86,93 \\ 49,81 \\ + \quad 5,48 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 4,84 \\ 29,66 \\ 73,97 \\ \quad 0,65 \\ + 12,75 \\ \hline \end{array}$$

Zur Kontrolle :
 Quersumme : 10

Quersumme : 19

2. Beispiel :

$$\begin{array}{r} 7.496,35 \\ - 3.850,72 \\ \hline 3.645,63 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 9.542 \\ - 2.866 \\ - 956 \\ - 3.342 \\ - 822 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 88.745 \\ - 8.945 \\ - 7.731 \\ - 4.311 \\ - 9.867 \\ \hline \end{array}$$

Zur Kontrolle :
 Quersumme : 17

Quersumme : 30

3. Beispiel :

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 456 \\ \hline 92 \\ 115 \\ 138 \\ \hline 10.488 \end{array}$$

e) $3.277 \cdot 509$

f) $6.789 \cdot 770$

Zur Kontrolle :
 Quersumme : 41

Quersumme : 24

4. Beispiel :

$$\begin{array}{r} 581.468 : 34 = 17102 \\ 34 \\ \hline 241 \\ 238 \\ \hline 34 \\ 34 \\ \hline 06 \\ 0 \\ \hline 68 \\ 68 \\ \hline 0 \end{array}$$

g) $245.284 : 356$

h) $124.764 : 281$

Zur Kontrolle :
 Quersumme : 23

Quersumme : 12

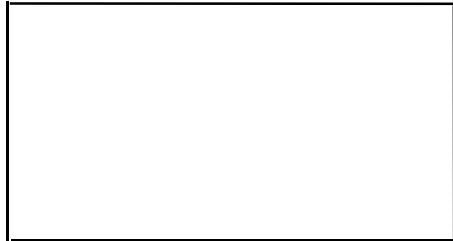
Umfang und Flächeninhalt eines Rechteckes

Umfang des Rechteckes :
 Flächeninhalt des Rechteckes :

$$U = 2 a + 2 b$$

$$A = a \cdot b$$

$$a = 5 \text{ cm}$$



$$b = 3 \text{ cm}$$

$$U = 2 a + 2 b$$

$$= 2 \cdot 5 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \text{ cm}$$

$$= 10 \text{ cm} + 6 \text{ cm}$$

$$= 16 \text{ cm}$$

$$A = a \cdot b$$

$$= 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$$

$$= 15 \text{ cm}^2$$

Aufgabe :

Das Dach eines Bungalows ist 12,8 m lang und 9 m breit

a) Wie lang ist die Dachrinne ?

(Zur Kontrolle : Quersumme 13)

b) Wie viel m² Dachpappe braucht man, um das Dach zu decken ?

(Zur Kontrolle : Quersumme 9)

Umwandlung von Flächen und Längeneinheiten

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

Aufgabe :

3,47 km	=	3.470 m
8.956 m	=	895.600 cm
11 cm	=	mm
170 dm	=	m
323 m	=	km
5 km	=	m
98 cm	=	dm
14,24 m	=	cm

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

Aufgabe :

721	m ² =	7,21	a
1345	a =	134500	m ²
867	cm ² =		dm ²
564,57	m ² =		cm ²
0,73	km ² =		ha
1234	mm ² =		cm ²
54,37	cm ² =		m ²
0,798	m ² =		cm ²

Bruchrechnung - Brüche erweitern/Brüche kürzen

Brüche erweitern : Zähler und Nenner mit der selben Zahl multiplizieren

Beispiel : Erweiterung auf 48tel

$$\frac{3}{4} = \frac{?}{48} \quad \text{Erweiterungszahl berechnen } 48 : 4 = 12$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 12} = \frac{36}{48}$$

Aufgabe : Erweitern Sie auf den jeweils angegebenen Nenner !

a) $\frac{2}{3} = \frac{?}{90}$ b) $\frac{7}{9} = \frac{?}{216}$ c) $\frac{3}{4} = \frac{?}{84}$ d) $\frac{3}{4} = \frac{?}{252}$ e) $2\frac{1}{12} = \frac{?}{36}$

Brüche kürzen : Zähler und Nenner durch die selbe Zahl dividieren

Beispiel : Kürzen Sie soweit wie möglich !

$$\frac{56}{84}$$

Suche den größten gemeinsamen Teiler von (56; 84) oder probiere solange wie möglich nacheinander mit 2, 3, 5, 7 ...

$$\frac{56}{84} = \frac{56:2}{84:2} = \frac{28}{42} = \frac{28:2}{42:2} = \frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}$$

Aufgabe : Kürzen Sie so weit wie möglich!

a) $\frac{12}{40} = \frac{?}{?}$ b) $\frac{108}{120} = \frac{?}{?}$ c) $\frac{?}{?} = \frac{250}{400}$ d) $\frac{?}{?} = \frac{19}{21}$ e) $\frac{?}{?} = \frac{252}{300}$

Zur Kontrolle Lösungen :

60	$\frac{19}{21}$	63	$\frac{9}{10}$	168	$\frac{3}{10}$	75	$\frac{5}{8}$	63	$\frac{63}{75}$	189
----	-----------------	----	----------------	-----	----------------	----	---------------	----	-----------------	-----

Bruchrechnung -Brüche addieren/subtrahieren

Brüche addieren (subtrahieren):

Beide Nenner gleichnamig machen (durch Erweitern) und Zähler addieren (subtrahieren). Gemischte Zahlen werden addiert (subtrahiert), indem man zunächst die ganzen Zahlen addiert (subtrahiert) und dann die Brüche addiert (subtrahiert).

Beispiel :

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{9} = \frac{?}{?}$$

$$\frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{15}{18} + \frac{14}{18} = \frac{15+14}{18} = \frac{29}{18} = \frac{18}{18} + \frac{11}{18} = 1\frac{11}{18}$$

Aufgabe : Berechnen Sie!

a) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

c) $2\frac{5}{12} + 2\frac{1}{3}$

d) $4\frac{11}{12} - 1\frac{1}{7}$

e) $4\frac{3}{8} - \frac{3}{4}$

Lösungen:

$3\frac{5}{8}$

$\frac{7}{8}$

$4\frac{3}{4}$

$\frac{1}{3}$

$3\frac{65}{84}$

Bruchrechnung - Brüche multiplizieren/dividieren

Brüche multiplizieren: Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner

Beispiel :

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{9 \cdot 6} = \frac{10}{54} = \frac{10 : 2}{54 : 2} = \frac{5}{27}$$

Aufgabe : Berechnen Sie!

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4}$ c) $2 \frac{1}{12} \cdot 1 \frac{1}{3}$ d) $4 \cdot 1 \frac{1}{7}$ e) $\frac{3}{8} \cdot 2 \frac{3}{4}$

Brüche dividieren: 1. Bruch mit dem Kehrwert des 2 Bruches (Zähler und Nenner vertauschen) multiplizieren

Beispiel :

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{7} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 7} = \frac{18}{21} = \frac{18 : 3}{21 : 3} = \frac{6}{7}$$

Aufgabe : Berechnen Sie!

a) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{5} : 8$ c) $6 : 1 \frac{1}{3}$ d) $\frac{5}{18} : \frac{4}{9}$ e) $1 \frac{3}{7} : 2 \frac{1}{4}$

Zur Kontrolle Lösungen:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{40}{63} \quad \frac{1}{32} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{5}{8}$$

Dezimalzahlen und Brüche

Brüche als Dezimalzahl schreiben: Zähler durch Nenner dividieren

Beispiel :

$$\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0,625$$

$$1 \frac{4}{3} = \frac{7}{3} = 4 : 3 \sim 1,33$$

Aufgabe : Schreiben Sie als Dezimalzahl!

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{6}{7}$ d) $\frac{5}{18}$ e) $1 \frac{3}{7}$ f) $2 \frac{1}{4}$

Brüche als Dezimalzahl schreiben: Zähler durch Nenner dividieren

Beispiel :

$$0,03 = \frac{3}{100}$$

↑ ↑ ↑
 Zehntel
 Hundertstel
 Einer

$$1,147 = 1 \frac{147}{1000}$$

↑ ↑ ↑ ↑
 Zehntel
 Hundertstel
 Tausendstel
 Einer

Aufgabe : Schreiben Sie als Bruch!

a) 0,1 b) 0,05 c) 0,34 d) 1,06 e) 1,532

Zur Kontrolle Lösungen:

$$0,75 = \frac{1}{10} \quad 2,25 = 1 \frac{3}{5} \sim 0,857 \quad 1 = \frac{1}{20} \quad 0,8 = \frac{17}{50} \sim 0,277 \quad 1 \frac{133}{250} \sim 1,428$$

Rechnen mit Dezimalzahlen

Dezimalzahlen multiplizieren: Faktoren wie bei den Grundrechenarten multiplizieren. danach das Komma so setzen, dass im Ergebnis die Anzahl der Nachkommastellen gleich der Summe der Nachkommastellen beider Faktoren ist.

Beispiel : $2,75 \cdot 1,5$

$$\begin{array}{r} 275 \\ 1375 \\ \hline 4125 \end{array} \quad (2 + 1 = 3 \text{ Nachkommastellen})$$

Aufgaben :

a) $0,9 \cdot 0,7$ b) $1,4 \cdot 0,35$ c) $0,08 \cdot 0,75$ d) $1,89 \cdot 17,32$ e) $312,2 \cdot 0,909$

Dezimalzahlen dividieren: Berechnung wie bei den Grundrechenarten. Beim Überschreiten des Kommas im Dividenten, wird im Ergebnis das Komma gesetzt.

Beispiel : $12,7 : 4 = 3,175$

$$\begin{array}{r} 12,7 \\ - 12 \\ \hline 07 \\ - 4 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$2,1575 : 0,25 =$
 $2,1575 \cdot 100 : 0,25 \cdot 100 =$
 $215,75 : 25 = 8,63$

$$\begin{array}{r} 215,75 \\ - 200 \\ \hline 157 \\ - 150 \\ \hline 75 \\ - 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

Aufgaben:

a) $0,9 : 0,3$ b) $15,34 : 2,6$ c) $0,08 : 0,2$ d) $15,30 : 4$ e) $0,4503 : 0,5$

Lösungen der Aufgaben :

0,63 0,49 3 0,4 0,9006 32,7348 5,9 0,06 3,825 283,7898

Ganze Zahlen

Aufgaben:

$$a) (+14) - (+10) =$$

$$b) (+14) - (-10) =$$

$$c) (+8) * (-2) =$$

$$d) (-36) : (+3) =$$

$$e) (-50) : (-10) =$$

Zur Kontrolle: Die Summe aller Ergebnisse ist 5

$$f) 20c - 3u - (4d + 10c) - 9c + 5d + 4u =$$

$$g) -(14a - 16) + (-8 + 7a - 3b) - (-8a + 8 - 4b - c) =$$

Zur Kontrolle: Die Ergebnisse kann man mit einer bekannten Organisation/Sache in Verbindung bringen.

$$h) 3a(-4b - 3a) =$$

$$i) (-4z + 6a)(4z + 2b) =$$

$$j) (4z - 3a)^2 =$$

Zur Kontrolle: Die Summe aller Ergebnisse ist $-8bz$

Gleichungen

Aufgaben:

Berechne x

a) $4x + 10 = 58$

b) $3x / 6 - 20 = -18$

c) $5x - (3x - (13 - 2x)) = (6x - 14) - 189$

Zur Kontrolle: Wenn Sie die Ergebnisse hintereinander schreiben, erhalten Sie eine Zahl, die die Quersumme 16 hat.

d) Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a = 12$ cm und $b = 15$ cm.

Berechnen Sie den Umfang U in Metern, indem Sie eine Gleichung mit Variablen aufstellen, dann die Zahlen einsetzen und danach ausrechnen.

Berechnen Sie den Flächeninhalt A in m^2 (Verfahren wie oben).

Zur Kontrolle: Die Summe aus der Fläche und dem Quadrat des Umfangs ergibt 3096 cm^2 .

e) Ein Zaun um ein rechteckiges Grundstück ist 100 m lang. Eine Seite ist 15 m lang. Wie lang ist die andere Seite?

Verfahren:

1. Skizze anfertigen
2. Bezeichnungen in die Skizze eintragen
3. Mit diesen Bezeichnungen (Variablen) eine Gleichung aufstellen
4. Gleichung umformen, so dass die gesuchte Größe allein auf einer Seite steht
5. die gegebenen Zahlenwerte einsetzen
6. ausrechnen

Zur Kontrolle: Die Quersumme ist 8.

f) Ein Zaun um ein rechteckiges Grundstück ist 160 m lang. Jede der beiden längeren Seiten ist drei mal so lang wie eine der kurzen Seiten. Wie lang sind die Seiten?

Verfahren wie oben. (Falls Sie für Länge und Breite zwei verschiedene Variablen genommen haben: versuchen Sie mit nur einer Variablen auszukommen !)

Zur Kontrolle: Die Breite ist durch 4 und 5 ohne Rest teilbar, die Länge durch 3, 4 und 5.

Prozentrechnung

1. Grundaufgabe: Prozentwert P gesucht

Lösung: Prozentwert = Grundwert • Prozentsatz : 100 $P = \frac{G \cdot p}{100}$

Beispiel :

Bei einem Unfall entsteht an Monikas Mofa ein Schaden von 273,- €. Die Versicherung erstattet 75 % des Schadens. Wie viel € sind das ?

$$P = \frac{273,00 \cdot 75}{100} \quad P = 204,75 \quad \text{Sie bekommt 204,75 € erstattet.}$$

Aufgaben

- a) Eine Zahnarztrechnung beläuft sich auf 737,50 €. Die Krankenversicherung erstattet 80 %. Wieviel € sind das?
b) Eine Rechnung über 171,50 € trägt den Vermerk: 2 % Skonto innerhalb von 10 Tagen. Wie groß ist der Skontoabzug?
-

2. Grundaufgabe: Prozentsatz p gesucht

Lösung: Prozentsatz = Prozentwert • 100 : Grundwert $p = \frac{P \cdot 100}{G}$

Beispiel:

In der ersten Klassenarbeit hatten 6 Schüler die Note "gut". In der Klasse sind 25 Schüler. Wie viel % hatten diese Note?

$$p = \frac{6 \cdot 100}{25} \quad p = 24 \% \quad 24 \% \text{ der Schüler hatten die Note „gut“.}$$

Aufgaben

- a) In einer Klasse sind 30 Schüler. 12 davon stimmen für eine Klassenfahrt nach Berlin. Berechne den Prozentsatz!
b) Von einer Reparatur über 112,- € übernimmt die Versicherung 95,20 €. Wie viel Prozent sind das ?
-

3. Grundaufgabe: Grundwert G gesucht

Lösung: Grundwert = Prozentwert • 100 : Prozentsatz $G = \frac{P \cdot 100}{p}$

Beispiel:

Durch Wärmedämmung konnten die Heizkosten um 23 % gesenkt werden. Die monatlichen Kosten betragen jetzt 57,50 € weniger als vorher. Wie hoch waren die Kosten vorher?

$$G = \frac{57,50 \cdot 100}{23} \quad G = 250,00 \text{ €} \quad \text{Die Kosten betragen vorher 250,00 €}$$

Aufgaben

- a) Familie Kersten gibt 27 % des Einkommens für Miete aus. Das sind monatlich 864,- €. Wie hoch ist das Einkommen?
b) In 35 % der Alarmfälle rückt die Feuerwehr umsonst aus. Das waren im letzten Jahr 56 Fälle.

Dreisatz

Proportionale Zuordnung: Beide Größen nehmen im gleichen Maße zu bzw. ab

Beispiel: Ein Mähdrescher erntet ein drei Hektar großes Getreidefeld in sechs Stunden ab. Wie viel Stunden benötigt er, um ein fünf Hektar großes Feld abzuernten?

Lösung: Für 3 ha braucht man 6 h (1. Satz)
Für 1 ha braucht man $6 : 3 \text{ ha} = 2 \text{ h}$ (2. Satz)
Für 5 ha braucht man $2 \cdot 5 \text{ ha} = 10 \text{ h}$ (3. Satz)

Aufgabe :

Herr Hahn zahlt für 18 qm Deckenplatten 125,10 €. Herr Schwab kauft 12 qm. Wie viel € hat Herr Schwab zu zahlen?

Antiproportionale (umgekehrt proportionale) Zuordnung: Die eine Größe nimmt im gleichen Maße ab, wie die andere zunimmt.

Beispiel:

Eine Fähre braucht für eine Fahrt bei durchschnittlicher Geschwindigkeit von 20km/h 55 min. Wie lange braucht sie bei 25 km/h?

Lösung: Bei 20 km/h braucht sie 55 min (1. Satz)
Bei 1 km/h braucht sie $55 \cdot 20 \text{ min} = 1100 \text{ min}$ (2. Satz)
Bei 25 km/h braucht sie $1100 : 25 \text{ km/h} = 44 \text{ min}$ (3. Satz)

Aufgabe :

Sechs Maschinen brauchen für eine Arbeit 24 Tage. Wie viele Tage brauchen vier Maschinen für die gleiche Arbeit?

Zinsrechnung

1.Grundaufgabe : Zinsen gesucht

$$\text{Jahreszinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinssatz}}{100}$$

2. Grundaufgabe : Zinssatz gesucht

$$\text{Zinssatz} = \frac{\text{Jahreszinsen} \cdot 100}{\text{Kapital}}$$

3.Grundaufgabe : Kapital gesucht

$$\text{Kapital} = \frac{\text{Jahreszinsen} \cdot 100}{\text{Zinssatz}}$$

In der Zinsrechnung wird das Jahr mit 360 Tagen, der Monat mit 30 Tagen gerechnet. Bei der Berechnung der Zinsen für Monate bzw. Tage verwendet man die Formel :

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinssatz} \cdot \text{Zinstage (bzw. Zinsmonate)}}{100 \cdot 360 \text{ (bzw.} \cdot 12)}$$

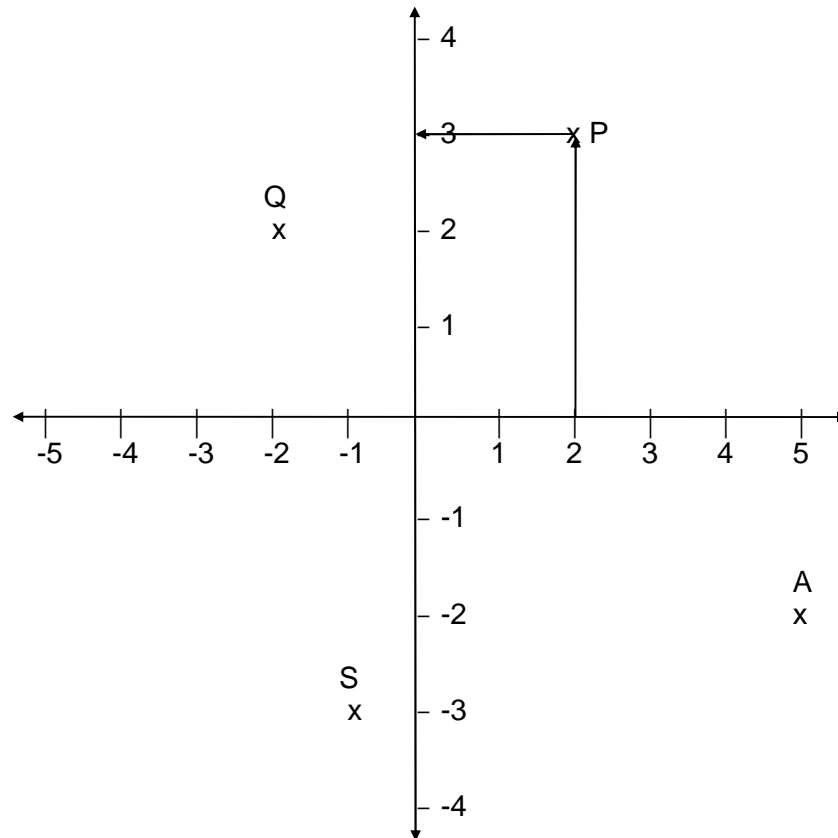
kurz : $Z = \frac{K \cdot p \cdot i}{100 \cdot 360 \text{ (bzw.} \cdot 12)}$

Aufgabe :

Die Sparkasse hat Herrn A. am 12. März 6000 € zu 11,5 % geliehen. Wie viel Zinsen muss er am 30.09. des gleichen Jahres zahlen ?

Koordinatensystem

Das Koordinatensystem besteht aus zwei Achsen, der horizontalen x - Achse und der darauf senkrecht stehenden y - Achse. Beide Achsen sind Zahlengeraden, die sich im Nullpunkt schneiden. Im Koordinatensystem kann die Lage einzelner Punkte durch die Angabe ihrer Koordinaten bestimmt werden. Jeder Punkt hat eine x- und eine y - Koordinate. Die x - Koordinate wird immer zuerst angegeben.



Die Koordinaten des Punktes P im dargestellten Koordinatensystem werden folgendermaßen angegeben : $P (2 / 3)$, wobei 2 die x - Koordinate und 3 die y - Koordinate ist.

Aufgaben :

- Geben Sie die Koordinaten der Punkte Q, S und A ebenfalls an.
- Zeichnen Sie die Punkte mit den folgenden Koordinaten in das System ein.
B (-2 / 1)
C (3 / -2)

Statistik

In einer Klasse geben 17 Schüler ihr Alter in Jahren an:

18,2 18,8 17,4 17,4 20,0 16,8 21,1 21,0 17,8 18,3 18,0 18,5 16,3
17,5 19,0 17,8 16,3 Jahre.

Berechnen Sie den Altersdurchschnitt der Klasse.

So wird's gemacht:

- 1.) Alle Altersangaben zusammenzählen. Macht 310,2.
- 2.) Dann das Ergebnis durch die Zahl der Schüler teilen: $310,2 : 17 = 18,25$: Das ist das Durchschnittsalter in dieser Klasse.

$$\text{Kurz: } \frac{\text{Summe der Daten}}{\text{Zahl der Daten}} = \text{Durchschnittswert}$$

Versuchen Sie es selbst:

Tom fährt mit dem Bus zur Arbeit. Er hat an 7 Tagen die Zeit gestoppt:

Fahrt Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Fahrtzeit min	14	17	15	18	16	13	14

Berechnen Sie durchschnittliche Fahrtzeit.

Lösung: 15,3

Volumen und Oberfläche / Pythagoras

Volumen des Quaders

Ein quaderförmiges Schwimmbecken (6m breit, 5m lang, 2m tief) ist bis zum Rand mit Wasser gefüllt. Wie viel m^3 Wasser enthält (faßt) dieses Schwimmbecken?

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Lösung: $V = 6m \cdot 5m \cdot 2m$

$$V = 60m^3$$

Volumen und Oberfläche des Zylinders

Ein Zylinder hat eine Grundfläche mit dem Radius 14cm und ist 8cm hoch.

Bestimmen Sie das Volumen und die Oberfläche des Zylinders gerundet auf ganze Lösung:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot 14^2 \cdot 8$$

$$V \approx 4926,02cm^3$$

$$O = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$O = 2\pi \cdot 14^2 + 2\pi \cdot 14 \cdot 8$$

$$O \approx 1231,50 + 703,72$$

$$O \approx 1935,22 cm^2$$

Satz des Pythagoras

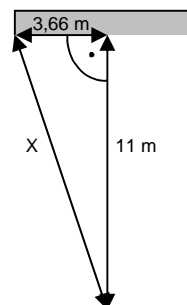
Im Finale der Fußballweltmeisterschaft 1990 in Italien zwischen Deutschland und Argentinien schoss Andreas Brehme den entscheidenden Elfmeter flach über den Rasen knapp am Pfosten vorbei in das argentinische Tor. Deutschland gewann das Spiel mit 1:0 und war zum dritten Mal nach 1954 und 1974 Fußballweltmeister.

Welche Strecke legte der Ball von Andreas Brehme dabei bis zur Torlinie ungefähr zurück?
(Ein Fußballtor ist 7,32m breit und 2,44m hoch.)

Lösung: $x^2 = 3,66^2 + 11^2$

$$x^2 = 134,3956$$

$$x \approx 11,59$$



Da der Ball knapp neben dem Pfosten ins Tor ging, sollte man bei 3,66m - das ist die Hälfte der Torlänge 7,32m – sicherheitshalber 20cm abziehen.

$$y^2 = 3,46^2 + 11^2$$

$$y \approx 11,53$$

Der Ball legte bis zur Torlinie ungefähr 11,50m zurück.

Kreisumfang und Kreisfläche



Gasometer sind alte Industrieanlagen, in denen Industriebetriebe wie Stahlwerke ihr Gas gelagert haben. Heute werden viele dieser Anlagen für Ausstellungen oder Szene-Veranstaltungen genutzt. Als „Location Scout“ sind Sie auf der Suche nach interessanten Orten für eine Party.

Wie könnten Sie die Fläche des abgebildeten Gasometers ermitteln, wenn Ihnen nur 100 m Schnur und ein Metermass zur Verfügung stehen. Das Gebäude ist verschlossen und nur von aussen zugänglich.

Beschreiben Sie Ihre Überlegungen zur Vorgehensweise:

- Was können Sie messen, wie gehen Sie dabei vor?
- Wie kann man aus den gemessenen Größen andere Informationen berechnen?

Hilfen zur Lösung:

Von aussen kann man den **Umfang** messen, z.B. indem man die Schnur herumlegt und dann die Länge der benötigten Schnur mit dem Metermass ausmisst. (Ohne Werkzeug könnte man auch die Schritte zählen, die man beim Herumgehen benötigt, die normale Schrittlänge eines Erwachsenen liegt je nach Größe bei ca. 60-80 cm)

Ein Gasometer hat die Form eines Zylinders, d.h. die **Grundfläche ist kreisrund**.

Für die runde Grundfläche gilt: Umfang ist π mal Durchmesser. $U = \pi d$

Aus der gemessenen Umfangslänge kann man also den Durchmesser berechnen, wenn man den gemessenen Wert durch π teilt.

Hat man den Durchmesser oder besser noch den Radius des Kreises (der Radius ist immer die Hälfte des Durchmessers), kann man damit die Fläche berechnen.

Der Flächeninhalt des Kreises ist **Fläche**_{Kreis} = $\pi \cdot r^2$

Berechnung von zusammengesetzten Kreisflächen

1. Aus einem rechteckigen Blechstück, das 10 cm breit und 12 cm lang ist, werden 100 Kreisstücke mit dem Durchmesser von 1 cm gestanzt. Berechne die Restfläche!

Lösung:

Die rechteckige Fläche des Bleches berechnet man:

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b = 10 \cdot 12 = 120$$

Die Fläche eines Kreises:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0,5^2 = \pi \cdot 0,25 = 0,785$$

$$\text{Der Rest beträgt also } A_{\text{Rechteck}} - A_{\text{Kreise}} = 120 - 100 \cdot 0,785 = 41,6$$

Der Abfall hat eine Fläche von 41,6 cm²

2. Berechnen Sie den Durchmesser einer kreisförmigen Zirkusarena, wenn der Umfang 40 m beträgt!

Lösung:

Die Formel für den Umfang kann umgestellt werden:

$$U = \pi \cdot d$$

$$d = \frac{U}{\pi} = \frac{40}{\pi} = 12,73$$

Der Durchmesser beträgt etwa 12,7 m.

3. Welchen Weg legt die Spitze eines 1,5 m langen Minutenzeigers einer Turmuhr in 1 Jahr zurück?

Lösung:

Die Zeigerspitze legt bei einer Umdrehung auf einer kreisförmigen Bahn (mit dem Radius 1,5 m) eine Strecke von 9,42 m zurück.

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 1,5 = 9,42$$

In einem Jahr macht der Minutenzeiger $365 \cdot 24 \cdot 60 = 525600$ Umdrehungen.

In einem Jahr legt die Spitze $4\,856\,544 \text{ m} = 4\,856 \text{ km}$ zurück.

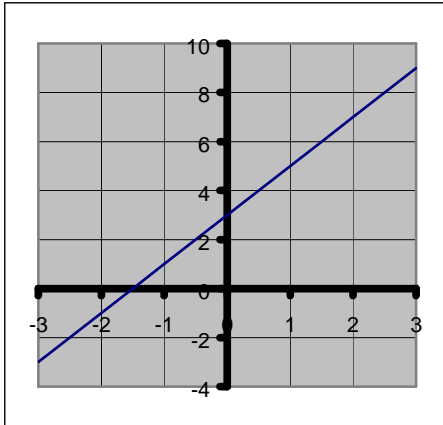
Mehr Übungsaufgaben mit Lösungen zum Kreis finden Sie unter <http://www.mathe-trainer.de/Klasse10/Kreise/Aufgabensammlung.htm>

lineare Funktionen und deren Grafen

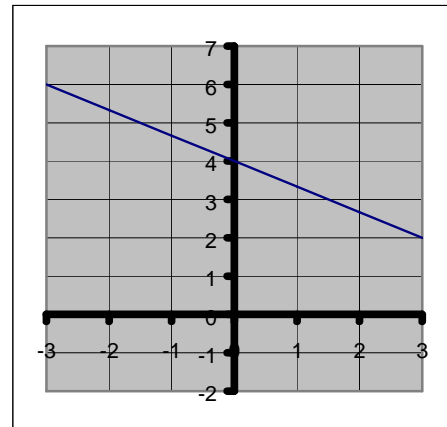
a) $y = 2x + 3$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ c) $y = -x + 2$ d) $y = -\frac{2}{3}x + 4$ e) $y = 0,4x + 2$

Mehr Aufgaben dieser Art mit Vergleichslösungen finden Sie unter http://www.mathe-trainer.de/Klasse8/Lineare_Funktionen/Block1/Aufgaben.htm

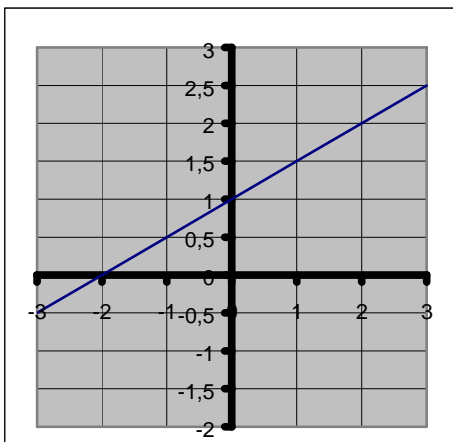
a) $y = 2x + 3$



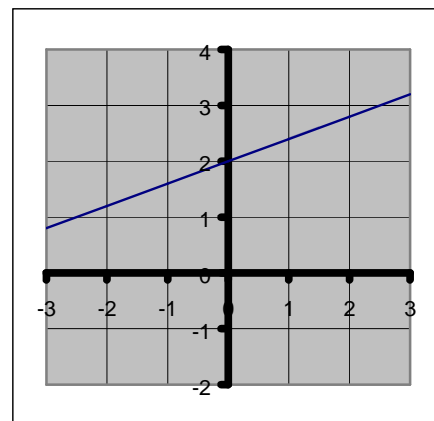
d) $y = -\frac{2}{3}x + 4$



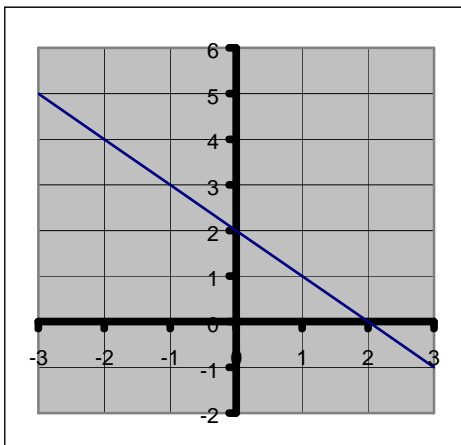
b) $y = \frac{1}{2}x + 1$



e) $y = 0,4x + 2$



c) $y = -x + 2$



Diese Aufgabe können Sie auch als Umkehraufgaben üben:
Lesen Sie die Funktionsgleichung direkt aus dem Grafen ab.

lineare Funktionen

Zwei Autovermietungen bieten verschiedene Tarife an, wenn man für das Wochenende einen Kleinwagen mieten möchte:

Supercar (SC): 25 € Pauschale zuzüglich 10 Cent pro gefahrenem km

Rent-a-Roadster (RaR): 40 € Pauschale zuzüglich 4 Cent pro gefahrenem km

- Berechnen Sie die Kosten der beiden Anbieter, wenn man 100 km fährt!
- Erstellen Sie eine Grafik, mit der Sie einen Vergleich der beiden Angebote darstellen können.
- Vergleichen Sie die Tarife. Wann würden Sie welchen Anbieter empfehlen? Begründen Sie Ihre Empfehlungen!
- Stellen Sie für beide Tarife eine Gleichung auf, mit der man die Kosten für eine beliebige Zahl von km (x) ausrechnen kann.
- Nutzen Sie die Gleichung, um zu berechnen, wie viele km man fahren kann, wenn man maximal 60 € für die Automiete ausgeben will.

Hilfen zur Lösung:

- Sollen die gesamten Kosten berechnet werden, so rechnen Sie:

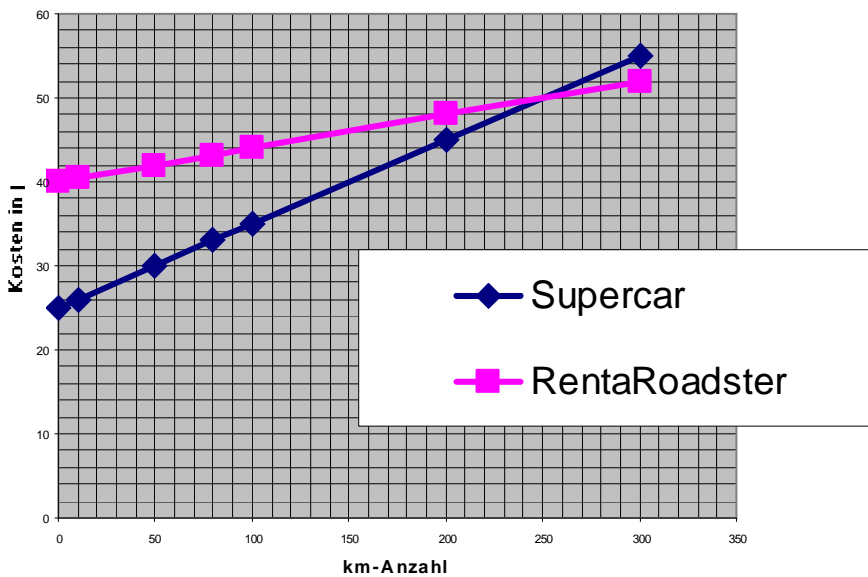
$$\text{SC: } 100\text{km} \cdot 0,1 \frac{\text{€}}{\text{km}} + 25\text{€} = 10\text{€} + 25\text{€} = 35\text{€}$$

$$\text{RaR: } 100\text{km} \cdot 0,04 \frac{\text{€}}{\text{km}} + 40\text{€} = 4\text{€} + 40\text{€} = 44\text{€}$$

Beachten Sie, dass es wichtig ist, den Preis von „Cent pro km“ in „€ pro km“ umzuwandeln, damit die Ergebnisse einheitlich in € und nicht gleichzeitig in € und Cent verwendet werden, deswegen 0,1 € statt 10 Cent und 0,04 € statt 4 Cent.

- Wenn Sie die Grafen in ein Koordinatensystem eintragen, helfen Ihnen folgende Kenntnisse weiter:
 - Beide Grafen sind lineare Funktionen, das heißt sie werden durch eine Gerade dargestellt.
 - Um eine Gerade einzuzeichnen benötigen Sie nur zwei Punkte
 - den ersten Punkt kennen Sie schon: Bei 0 km zahlen Sie nur die Pauschale. Für die SC-Gerade zeichnen Sie also den Punkt (0km/25 €), für die andere Gerade den Punkt (0km/40 €) ein.
 - Als nächsten Punkt wählen Sie die schon berechneten Werte für 100km.
 - Verbinden Sie die zusammengehörigen Punkte und ziehen die Gerade über die 100 km hinaus.

Kostenvergleich Autovermietung



- c) Eine mögliche Formulierung für diese Frage könnte sein:
“Will man wenige km fahren, ist der SC-Tarif mit der kleineren Pauschale günstiger. Je mehr km man fährt, desto eher ist der RaR-Tarif zu empfehlen. Am Graf kann man erkennen, dass ab etwa 250 km der RaR-Tarif zu empfehlen ist. Er ist zwar am Anfang teurer, die Kosten steigen dann aber weniger steil an. SC startet zwar mit 25 € Pauschale günstiger, dann steigen die Kosten aber schneller an.“
- d) Sie können die gleiche Rechenvorschrift verwenden, wie beim Berechnen der Kosten für 100 km. Ersetzen Sie nur den Wert 100 km durch den Platzhalter x.

$$\text{Gesamtkosten} = x \text{ km} \cdot 0,1 \frac{\text{€}}{\text{km}} + 25 \text{ €} = 0,1 \cdot x + 25 \quad \text{und} \quad \text{Gesamtkosten} = 0,04x + 40$$

- e) Man will wissen, wann die Kosten 60 € betragen, d.h.:
- | | |
|---|-------------------------------|
| SC: $60 = 0,1x + 25$ | und RaR: $60 = 0,04x + 40$ |
| Diese Gleichungen werden dann nach der Anzahl von km (x) aufgelöst: | |
| $60 = 0,1x + 25 \quad -25$ | $60 = 0,04x + 40 \quad -40$ |
| $35 = 0,1x \quad :0,1$ | $20 = 0,04x \quad : 0,04$ |
| $350 = x$ | $500 = x$ |
- Beim SC-Tarif kann man 350 km, beim RaR sogar 500 km fahren.